

ΑΛΓΕΒΡΑ

Συναρτήσεις

Συναρτήσεις γενικά



1. Αν $y = \frac{x^2 - 4}{2}$ να υπολογίσετε τις τιμές του y αν :

$$x = 1, x = 0, x = -1, x = 2, x = \sqrt{2}, x = 1/2, x = (1,8)$$

2. Θεωρούμε τις συναρτήσεις $y = 3x$ και $z = -x + 4$.

α. Αν $x = -2$ να υπολογίσετε την παράσταση : $A = y \cdot z + 3 \cdot y - 2z$

β. Αν $x = \frac{1}{3}$ να λύσετε την εξίσωση :

$$t \cdot y + \frac{t - z}{3} = -6z + \frac{y - t}{2}$$

3. Θεωρούμε τις συναρτήσεις $y = -x + 4$ και $z = 2x - 3$. Να λύσετε την εξίσωση : $2(y - z) - \frac{y}{5} = 1 - \frac{z}{10}$

4. Θεωρούμε τις συναρτήσεις $y = x^2 + 2x$, $z = \frac{x-1}{x}$ και $h = \sqrt{9+x^3}$. Αν είναι $x = -2$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{2z - y + 3z}{y \cdot z \cdot h}$$

5. Το ιδανικό βάρος B (σε kg) ενός ενήλικα δίνεται ως συνάρτηση του ύψους του h (σε cm) από την ισότητα $B = \frac{3h}{4} - 60$.

α. Να βρείτε το ιδανικό βάρος 2 ατόμων, τα οποία έχουν ύψη 165 και 192 cm.

β. Ένα άτομο έχει ύψος 1,70 m και βάρος 65 κιλά. Το βάρος του είναι το ιδανικό; Αν όχι, ποια είναι η διαφορά του απ' το ιδανικό, σε ποσοστό %;

6. Οι τύποι δύο συναρτήσεων είναι $y = 3x - 4$ και $z = -x^2 + 3$. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

x	-3	-2	-0,5	0	0,5	1	2,5
y							
z							

7. Να συμπληρωθεί ο πίνακας τιμών της συνάρτησης : $y = 3x + 4$

x	-3	-2	0	1	4	6
y						

8. Ομοίως, για τη συνάρτηση : $y = -2x + 3$

x	3		0		1/2		
y		5		0		-2	-0,3

9. Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{5x-1}{3}$. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

x	-3		-2		0		4
y		3		8		-12	

10. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = x^3$. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

11. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών, για τη συνάρτηση:

$$y = x^3 - 3x^2 + 2x - 4$$

x	-1	0	1/2	1	1,5	2
y						

12. Δίνεται η συνάρτηση $y = -5x^2 + 2x$, όπου το x παίρνει τις τιμές -2, -1, 0, 1, 2, 3. Να φτιάξετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης.

13. Δίνεται η συνάρτηση : $y = -x^2$

- α. Αν για την ανεξάρτητη μεταβλητή ισχύει ότι $-4 < x < 4$ κι επιπλέον είναι ακέραιος αριθμός, τότε να φτιάξετε πίνακα τιμών για την εξαρτημένη μεταβλητή.
- β. Αντιστρόφως, να εξετάσετε ποιες είναι οι δυνατές τιμές για τη μεταβλητή y.

14. Δίνεται η συνάρτηση $y = 2^x + |x|$. Να κάνετε πίνακα τιμών της συνάρτησης, αν ο x είναι ακέραιος με: $-3 \leq x \leq 3$
-

15. Παρακάτω, δίνεται ο πίνακας τιμών της συνάρτησης: $y = (\lambda - 1)x$

x	1	-4	4,8	6	-10
y	0,25	-1	1,2	1,5	-2,5

Να βρείτε τον αριθμό λ .

16. Παρακάτω, δίνεται ο πίνακας τιμών της συνάρτησης: $y = (\lambda + 2)x + \mu$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	1	3	5	7

Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ .

17. Ένας πίνακας τιμών της συνάρτησης $y = \alpha \cdot x + 2\beta$ είναι και ο εξής:

x	-4	-3	0	2
y	5	3	-3	-7

Να βρείτε τους αριθμούς α και β .

18. Αντίστοιχα για τη συνάρτηση $y = x^2 + \beta x + \gamma$ έχουμε:

x	-1	0	1	2	3
y	0	1	4	9	16

Να βρείτε τους αριθμούς β και γ .

19. Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{-3x+1}{x-4}$. Να φτιάξετε έναν πίνακα τιμών της συνάρτησης, δίνοντας στο x πέντε τιμές, από το σύνολο των φυσικών, μικρότερες του 7. Υπάρχει κάποιος αριθμός, που δημιουργεί πρόβλημα;
-

Γραφικές Παραστάσεις



20. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -2x^2$ δίνοντας στο x :

- α. ακέραιες τιμές
 - β. πραγματικές τιμές
-

21. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -\frac{12}{x}$ όταν:

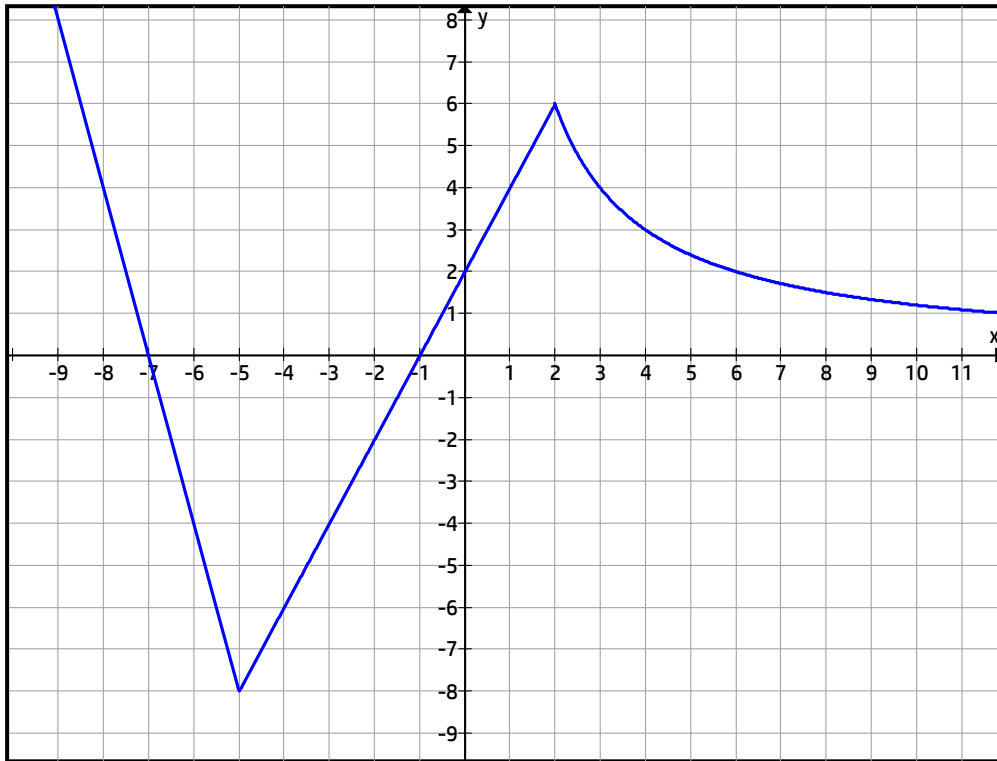
- α. ο x είναι ακέραιος και $-3 \leq x \leq 3$
 - β. ο x είναι πραγματικός και $-4 \leq x \leq 4$
-

22. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -x^3$ όταν:

- α. ο x είναι ακέραιος και $-2 \leq x \leq 2$
 - β. ο x είναι πραγματικός και $-3 < x < 3$
-

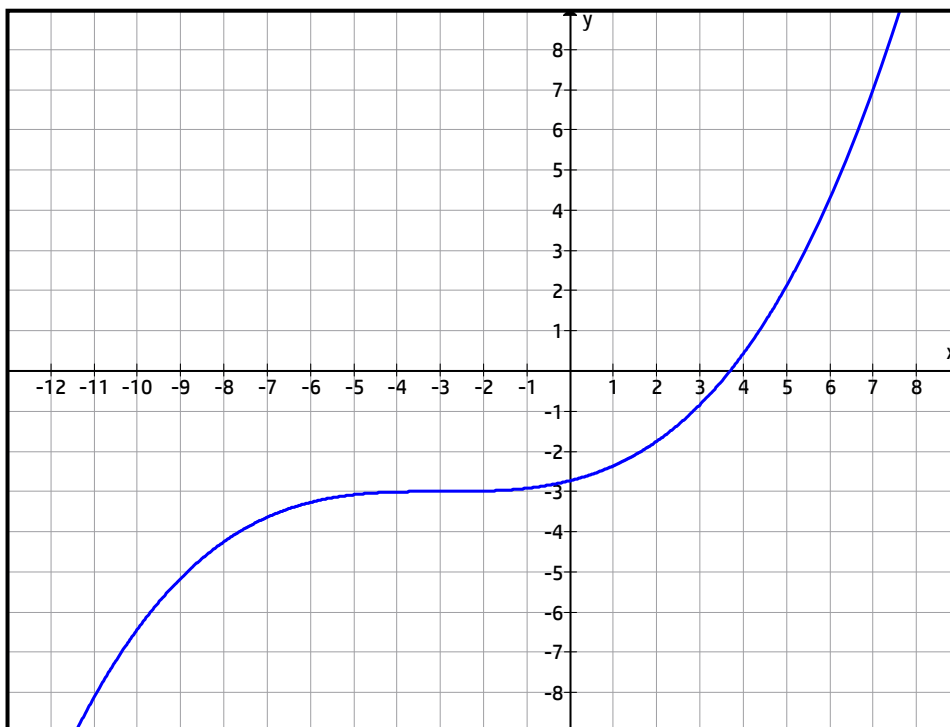
23. Στην παρακάτω γραφική παράσταση, να υπολογίσετε προσεγγιστικά τα παρακάτω:

- α. το y αν $x = -7, -5, -2, -1, 0, \frac{1}{2}, 2, 4, 8$
- β. το x αν $y = -8, -2, 0, 6, 1, \frac{1}{1000}$



24. Με τη βοήθεια της παρακάτω γραφικής παράστασης, να βρείτε :

- α. τις τεταγμένες των σημείων με $x = -11, -3, 0, \frac{3}{4}, 7$
- β. την τετμημένη του σημείου με τεταγμένη -8 .



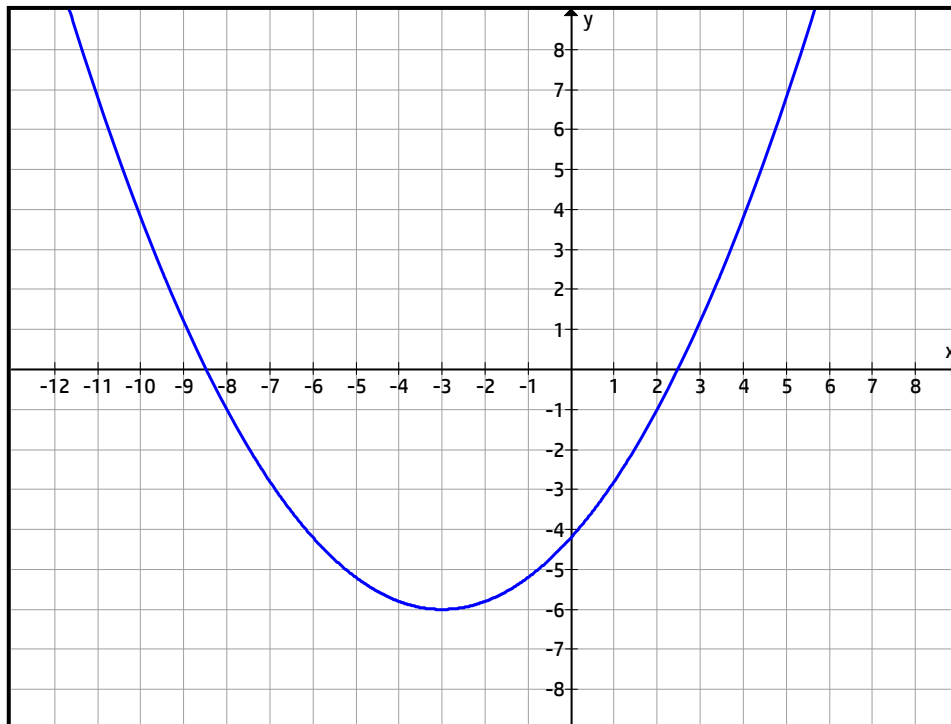
25. Με τη βοήθεια της παρακάτω γραφικής παράστασης, να βρείτε:

α. τις τεταγμένες των σημείων με τετμημένες :

$$-9, -\sqrt{9}, 0, 1, \frac{5}{2} \text{ και } 4$$

β. τις τετμημένες των σημείων με τεταγμένη 4

γ. την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης



Εύρεση τύπου



26. Ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι τριπλάσιος από τον παρονομαστή του. Να εκφράσετε τον αριθμητή ως συνάρτηση του παρονομαστή και μετά, αντίστροφα, τον παρονομαστή ως συνάρτηση του αριθμητή. Με τι είναι ίσο το κλάσμα, τελικά;

27. Ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι διπλάσιος από τον παρονομαστή του αυξημένο κατά 4. Να εκφράσετε τον αριθμητή ως συνάρτηση του παρονομαστή και μετά, αντίστροφα, τον παρονομαστή ως συνάρτηση του αριθμητή.

- 28.** Η απόσταση Θεσσαλονίκη - Καβάλα είναι 169 km. Αν ένα αυτοκίνητο κινείται από Καβάλα προς Θεσσαλονίκη με ταχύτητα 70 km/h να γράψετε την απόσταση του αυτοκινήτου από τη Θεσσαλονίκη, ως συνάρτηση του χρόνου t .
-
- 29.** Η απόσταση δύο πόλεων A και B είναι 300 km. Αν ένα αυτοκίνητο κινείται από την πόλη A προς την πόλη B με 80 km/h να γράψετε το χρόνο οδήγησης, ως συνάρτηση της απόστασης από την πόλη B.
-
- 30.** Να εκφράσετε την περίμετρο Π και το εμβαδόν E ενός τετραγώνου, ως συνάρτηση της πλευράς του a .
-
- 31.** Ένα παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 14 και εμβαδό 12. Να εκφράσετε το μήκος του y ως συνάρτηση του πλάτους x .
-
- 32.** Ένα τραπέζιο έχει τη μεγάλη του βάση διπλάσια της μικρής και ύψος 4 cm. Να εκφράσετε το εμβαδό του τραapeζίου, ως συνάρτηση της μικρής του βάσης.
-
- 33.** Ένα τρίγωνο έχει βάση 3 cm και ύψος 8 cm. Αν η βάση του αυξηθεί κατά x , ενώ το ύψος του παραμένει σταθερό, να εκφράσετε το εμβαδό E του τριγώνου, ως συνάρτηση του x . Να κάνετε το ίδιο και στην περίπτωση που το ύψος μειωθεί, ταυτόχρονα, κατά x .
-
- 34.** Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο, η μία κάθετη πλευρά έχει μήκος 5 και η άλλη x . Να γράψετε το μήκος της υποτείνουσας y , ως συνάρτηση της κάθετης x .
-
- 35.** Για την παρακολούθηση μιας συναυλίας, πληρώνουμε 5 ευρώ για κάθε εισιτήριο και 1,30 ευρώ για κάθε αναψυκτικό. Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης, που μας δίνει το ποσό που θα πληρώσει κάθε άτομο στη συναυλία αυτή;

36. Η μέση αύξηση στους μισθούς των δημοσίων υπαλλήλων το έτος 2001 ήταν 3 %. Να εκφράσετε το νέο μισθό y ενός δημοσίου υπαλλήλου (μετά την αύξηση), ως συνάρτηση του παλιού μισθού x (πριν την αύξηση).

37. Ο μισθός ενός υπαλλήλου αυξήθηκε κατά 10 %. Να εκφράσετε τις νέες αποδοχές του ως συνάρτηση των προηγούμενων. Αν οι νέες αποδοχές του είναι 1650 ευρώ να βρείτε τις προηγούμενες.

38. Ένας πωλητής παίρνει μισθό 750 ευρώ το μήνα και 5 % επί των πωλήσεων, που κάνει. Να εκφράσετε τις μηνιαίες αποδοχές του, έστω y , ως συνάρτηση των πωλήσεων x .

39. Ένα κατάστημα κάνει εκπτώσεις 30 % στις αναγραφόμενες τιμές. Να εκφράσετε το ποσό που θα πληρώσουμε στο ταμείο, για ένα προϊόν, ως συνάρτηση της αναγραφόμενης τιμής.

40. Ένας γεωργός καλλιεργεί 600 m² ενός αγρού εκτάσεως 15 στρεμμάτων, σε μία ώρα.

α. Να εκφράσετε το εμβαδόν E της επιφάνειας που καλλιεργεί, ως συνάρτηση του χρόνου t .

β. Να βρείτε πόσες ώρες πρέπει να εργαστεί με τον ίδιο ρυθμό ο γεωργός για να τελειώσει τον αγρό αυτό.

41. Τα έσοδα y και τα έξοδα z (σε ευρώ) μιας οικογένειας εκφράζονται συναρτήσει του χρόνου t (σε ημέρες) από τους τύπους:

$$y = 1800 \cdot t + 2400 \quad \text{και} \quad z = 600 \cdot t + 1800$$

α. Να εκφράσετε την αποταμίευση x της οικογένειας, συναρτήσει του χρόνου.

β. Να βρείτε σε πόσο χρόνο η οικογένεια θα έχει αποταμιεύσει 20.000 ευρώ.

Ποσά Ανάλογα



42. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α. $\frac{x}{5} = \frac{48}{3}$

β. $\frac{48}{30} = \frac{12}{x}$

γ. $\frac{0,7}{6,7} = \frac{x}{134}$

δ. $\frac{3}{4} = \frac{x-2}{12}$

ε. $\frac{-x}{2} = \frac{x+7}{5}$

στ. $\frac{6}{4x-1} = \frac{28}{9x+5}$

ζ. $\frac{x}{4} = \frac{3x+1}{15}$

43. Να εξετάσετε αν οι πίνακες αναφέρονται σε ποσά ανάλογα :

x	1,5	4,5	9
ψ	3	9	18

x	2	4	8
ψ	7	3,5	1,6

44. Να εξετάσετε αν οι πίνακες αντιστοιχούν σε ποσά ανάλογα :

x	2	10	20
ψ	1,5	7,5	14

x	1,5	3	9	27
ψ	90	45	15	5

x	2	8	16	32
ψ	7	14	28	56

45. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω πίνακες αντιστοιχούν σε ποσά ανάλογα κι αν ναι, να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέγεθος x με το μέγεθος y.

x	0,5	1	2	3	6
ψ	2,5	5	10	15	30

x	27	30	2	21	5
ψ	81	90	6	84	20

x	64	4	128	-0,8	16
ψ	16	1	32	-0,2	4

46. Δίνονται οι πιο κάτω πίνακες τιμών δυο μεταβλητών μεγεθών x και y. Να εξετάσετε εάν τα μεγέθη είναι ανάλογα και στην περίπτωση που είναι, να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που τα συνδέει.

x	2	4	10	35	40	66
y	1,6	3,2	8	28	36	52,8

x	0,6	1,5	2,7	3,6	5	123
y	2,16	5,4	9,72	12,96	18	442,8

47. Μια δεξαμενή νερού, σε 2 ώρες δέχεται 150 λίτρα νερό. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της δεξαμενής :

Χρόνος (σε ώρες)			5	12	
Νερό (σε λίτρα)	150	300			1800

48. Αν από 3 κιλά σταφύλια γίνονται 1,2 κιλά κρασί, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών, αν επιπλέον γνωρίζετε ότι με x συμβολίζουμε το βάρος των σταφυλιών και με y το βάρος του παραγομένου κρασιού. Κατόπιν να βρείτε:

- α. τον τύπο που εκφράζει την ποσότητα του κρασιού, ως συνάρτηση εκείνης των σταφυλιών.
- β. τον τύπο που εκφράζει την ποσότητα των σταφυλιών, ως συνάρτηση εκείνης του κρασιού.

x	3		400	0,6		1000
y		2,8			240	

49. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = x$ και να βρείτε τη γωνία, που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε επίσης την $y = -x$. Τι γωνία σχηματίζει αυτή με τον οριζόντιο άξονα;

50. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της $y = 5x$ σε καθεμία από τις περιπτώσεις :

- α. Αν ο x είναι ακέραιος, από -3 έως και 4 .
- β. Αν ο x είναι πραγματικός, μεγαλύτερος του -2 .
- γ. Αν ο x είναι οποιοσδήποτε αριθμός.

51. Να κάνετε τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων :

α. $y = 5$

β. $y = 0$

γ. $y = -1$

δ. $x = -3$

ε. $x = 0$

στ. $x = 2$

52. α. Μια ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(4, 7)$. Να βρείτε τη συνάρτηση που έχει την παραπάνω ευθεία για γραφική παράσταση.

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται απ' τα σημεία $O(0, 0)$ και $A(-1, 6)$.

53. Μια ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(x - 3, 4 - 3x)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, αν γνωρίζουμε ότι η τεταγμένη του σημείου είναι διπλάσια από την τετμημένη.

Ποσά Ανάλογα



54. Μια συνάρτηση με τύπο $y = \alpha \cdot x + \beta$ έχει τον παρακάτω πίνακα τιμών. Να βρείτε για ποια συνάρτηση πρόκειται.

x	2	10	20
ψ	1,5	7,5	14

55. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = (\lambda + 1)x + 2$ διέρχεται από το σημείο $A(1, 4)$.

α. Να υπολογίσετε τον αριθμό λ .

β. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών :

x			0		2	3
y	-2	0		4		

- γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση, όταν $-3 < x < 4$.
-
56. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -2x + 5$ όταν :
- α. ο x είναι φυσικός αριθμός
- β. ο x είναι ακέραιος αριθμός
- γ. ο x είναι πραγματικός αριθμός και $-2 \leq x \leq 2$
-
57. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης : $y = 3 \cdot |x|$
-
58. α. Να εξετάσετε αν τα σημεία $K(2, -50)$ και $\Lambda(-5, 25)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -10x - 25$.
- β. Να εξετάσετε αν τα σημεία $E(2, 6)$ και $\Lambda(-1, -5)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 4x - 1$.
-
59. Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων xOy να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3x$. Στη συνέχεια, χωρίς να κατασκευάσετε πίνακα τιμών, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3x - 2$.
-
60. Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων xOy να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = x + 3$:
- α. όταν ο x είναι φυσικός αριθμός
- β. όταν $-3 \leq x \leq 3$
- γ. όταν ο x μπορεί να πάρει οποιαδήποτε πραγματική τιμή
-
61. α. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2x + 5$ και $y = -2x + 5$. Τι παρατηρείτε;

β. Ομοίως, για τις $y = 2x + 3$ και $y = 2x + 5$. Τι παρατηρείτε;

γ. Ξανά, για τις $y = -3x + 2$ και $y = \frac{1}{3}x + 1$. Τι παρατηρείτε;

δ. Άλλη μία για τις $y = 3x - 5$ και $y = -3x + 5$.

62. α. Ομοίως για τις συναρτήσεις $y = \frac{2}{3}x$ και $y = -\frac{3}{2}x$, αν ο x είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός από -6 έως και 6 .

β. Μια από τα ίδια, αν $y = -3x$ και $y = 0,8x$ και x οποιοσδήποτε πραγματικός από -2 έως και 3 .

63. α. Σε κατάλληλο σύστημα αξόνων xOy να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -200x + 200$, με $-3 \leq x \leq 3$.

β. Να κάνετε το ίδιο για την $y = 0,003x + 0,01$, με $-2 \leq x \leq 2$.

64. Δίνονται οι συναρτήσεις $y = 1,2 \cdot x + 4$ και $y = \frac{6}{5} \cdot x - 1$. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις τους είναι ευθείες και μάλιστα παράλληλες. Στη συνέχεια να τις σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

65. α. Να βρείτε τα σημεία, στα οποία τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$, η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2x - 6$. Στη συνέχεια να τη σχεδιάσετε.

β. Να βρείτε τα σημεία τομής A και B της συνάρτησης $y = 6x - 12$, με τους άξονες $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα. Κατόπιν, να τη σχεδιάσετε για $x_A \leq x \leq x_B$, όπου x_A και x_B οι τετμημένες των σημείων A και B , αντίστοιχα.

66. Να βρείτε τα σημεία, στα οποία τέμνει τους δύο άξονες, η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3x - 7$. Στη συνέχεια, να τη σχεδιάσετε με τη βοήθεια δύο άλλων, τυχαίων σημείων της και να επαληθεύσετε τα αρχικά συμπεράσματά σας.

67. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3x + \beta$ διέρχεται από το σημείο M, με συντεταγμένες $(-1, 1)$. Να βρείτε το β και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

68. Μια συνάρτηση έχει γραφική παράσταση ευθεία γραμμή, που περνάει απ' τα σημεία $A(2, -6)$ και $B(0, 8)$. Να βρείτε την εξίσωση της συνάρτησης.

69. α. Δίνονται οι συναρτήσεις με τύπους $y = 5x$ και $y = -4x + 18$. Αν οι γραφικές τους παραστάσεις τέμνονται σε ένα σημείο A, τότε να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου αυτού, με δύο τρόπους: πρώτα γραφικά κι έπειτα αλγεβρικά.

β. Να κάνετε το ίδιο για τις συναρτήσεις $y = 2x - 7$ και $y = -x - 1$

γ. Ομοίως για τις $y = 3x - 6$ και $y = -4x + 1$

70. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης, με τύπο $y = \lambda x + 10$, διέρχεται από το σημείο $A(-2, 6)$. Να βρείτε τον αριθμό λ .

71. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από τα σημεία A $(0, -5)$ και B $(2, 3)$. Τα σημεία Γ $(1, -1)$ και Δ $(-1, 9)$ βρίσκονται, επίσης, πάνω στην ευθεία αυτή;

72. Δίνεται η συνάρτηση $y = -2x + 4$. Αν η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα Ox στο A και τον Oy στο B, να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου OAB.

73. Δίνονται οι συναρτήσεις $y = 3x + 2$ και $y = -x + 10$. Να βρείτε το σημείο στο οποίο τέμνονται οι γραφικές τους παραστάσεις.

74. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A $(3, 2)$, B $(8, 8)$ και Γ $(-2, -4)$ βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.

75. α. Δίνονται οι ευθείες $y = -\frac{1}{2}x + 5$ και $y = (-2\lambda + 1)x - 2$. Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ οι ευθείες είναι μεταξύ τους παράλληλες.
- β. Ομοίως, για τις $y = (\lambda + 1)x + 5$ και $y = (6\lambda - 13)x + 3$.
- γ. Ομοίως, για τις ευθείες $y = (\lambda^2 - 1)x + 4$ και $y = (\lambda - 1)^2 x + 3$.

76. Δίνεται η ευθεία $y = (2\lambda + 1)x - \kappa + 2$. Να βρείτε τους αριθμούς κ , λ , ώστε η ευθεία να είναι παράλληλη στην $y = \lambda x + 2$ και να περνάει απ' το σημείο $(0, 3)$.

77. Να γράψετε την ευθεία η οποία διέρχεται απ' το σημείο, στο οποίο η $y = 3x - 1$ τέμνει τον άξονα y' και είναι παράλληλη στην $y = -x$.

78. Να βρείτε τη συνάρτηση που έχει γραφική παράσταση ευθεία παράλληλη στην $y = 2x + 5$ και διέρχεται απ' το σημείο τομής των συναρτήσεων: $y = \frac{3}{2}x - 3$ και $y = -\frac{5}{2}x + 5$

79. Έστω η συνάρτηση $y = 2x + 3\beta - 3$. Να βρείτε το β αν γνωρίζετε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται απ' το σημείο $K(1, 4)$.

Ποσά Αντιστρόφως Ανάλογα



80. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω πίνακες αντιστοιχούν σε ποσά αντιστρόφως ανάλογα:

x	1,5	4,5	9
ψ	3	9	18

x	2	4	8
ψ	7	3,5	1,6

81. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω πίνακες αντιστοιχούν σε ποσά αντιστρόφως ανάλογα :

x	2	10	20
ψ	1,5	7,5	14

x	1,5	3	9	27
ψ	90	45	15	5

x	2	8	16	32
ψ	7	14	28	56

82. Να βρείτε ποιες από τις μεταβλητές των παρακάτω πινάκων είναι αντιστρόφως ανάλογες και ποιες όχι :

Μήκος ορθογωνίου (m)	20	30	60	28	40
Πλάτος ορθογωνίου (m)	21	14	7	15	10,5

A	200	100	20	25	80	400	62,5
B	5	10	50	40	12,5	2,5	16

X	40	32	16	6,4	60	12
Ψ	20	25	50	125	13,4	66,6

83. Σε μια κλήρωση του ΛΟΤΤΟ μοιράστηκαν 378.000 ευρώ σε όσους πέτυχαν βάρι.

α. Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης, που δίνει το ποσό y που κερδίζει κάθε τυχερός, σε σχέση με το πλήθος x των τυχερών.

β. Με τη βοήθεια του προηγούμενου ερωτήματος, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

x		6	7
y	94500		

84. Η μέση ταχύτητα v ενός κινητού και ο χρόνος t , που απαιτείται για να διανύσει μια απόσταση s , είναι ποσά ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα; Με την απάντησή σας κατά νου, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

v (σε km/h)	60		90	45		100
t (σε h)		5		8	9	

85. Στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων xOy να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = \frac{8}{x}$ και $y = -\frac{8}{x}$. Έχουν κάποιο κοινό σημείο, οι δύο γραφικές παραστάσεις;

86. Να βρείτε τα σημεία που τέμνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = 2x$ και $y = \frac{8}{x}$.

87. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό a , όταν:

α. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$ διέρχεται από το σημείο $A(1/2, 6)$.

β. Η γραφική παράσταση της $y = \frac{1-2\alpha}{x}$ διέρχεται από το σημείο $A(3,5, 2)$.

88. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{1}{x-2}$ δίνοντας στο x καθεμία απ' τις τιμές $-2, 0, 1, \frac{1}{2}, 3, 4$. Υπάρχει κάποιος αριθμός που δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσουμε;

89. Ένα τρίγωνο έχει εμβαδό 60 m^2 . Να εκφράσετε το ύψος u του τριγώνου, ως συνάρτηση της βάσης του β . Στη συνέχεια, να κάνετε τη γραφική παράσταση και να υπολογίσετε γραφικά τη βάση ενός τέτοιου τριγώνου, με ύψος 12 m .

Προβλήματα



90. Αν για 3 κιλά πορτοκάλια πληρώνουμε 3,60 ευρώ, να βρείτε πόσο θα πληρώσουμε για τα 7 κιλά.

91. Με 21 κιλά αλεύρι γίνονται 28 κιλά ψωμί. Πόσο αλεύρι χρειαζόμαστε για να παρασκευάσουμε 360 κιλά ψωμί. Πόσο ψωμί θα παρασκευάζαμε με 12 κιλά αλεύρι;

92. Πέντε βρύσες που έχουν την ίδια παροχή νερού γεμίζουν μια δεξαμενή σε 7 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή αν ανοιχτούν μόνο οι 2 βρύσες;

93. Να βρείτε τρεις αριθμούς που έχουν άθροισμα 17 και είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς $-3, \sqrt{3}$ και $1 - \sqrt{3}$ αντίστοιχα.

94. Να βρείτε δυο αριθμούς που έχουν λόγο $\frac{3}{4}$ και άθροισμα 140 .

95. Οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 5, 6 και 7 . Να υπολογίσετε τις γωνίες αυτές.

96. Σε μια επιχείρηση, έχουν συγκεντρωθεί 19200 ευρώ να μοιραστούν ως μπόνους σε 3 πωλητές αυτοκινήτων, ανάλογα με τα αυτοκίνητα που πούλησαν τη χρονιά που πέρασε. Αν ο ένας πούλησε 12 αυτοκίνητα, ο άλλος 16 και ο τελευταίος 20, να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας.

97. Υποθέτουμε ότι η μεταβλητή «βάρος θαλασσινού νερού» είναι ανάλογη με τη μεταβλητή «βάρος παραγόμενου αλατιού» και ότι το 3,1 % του βάρους του θαλασσινού νερού είναι αλάτι. Να υπολογίσετε από πόσους τόνους θαλασσινού νερού μπορούμε να πάρουμε 1.426 κιλά αλάτι.

98. Τρεις φίλοι έκαναν μια επιχείρηση και διέθεσαν το ίδιο ποσό. Τα χρήματα το πρώτου έμειναν στην επιχείρηση 8 μήνες, του δεύτερου 10 μήνες και του τρίτου 16 μήνες. Από την επιχείρηση κέρδισαν 34000 ευρώ. Πόσα χρήματα αναλογούν στον καθένα, από το κέρδος αυτό;

99. Δυο συνέταιροι μιας επιχείρησης κέρδισαν 40.000 ευρώ. Αν το κεφάλαιο του πρώτου 32.000 ευρώ και το κέρδος του δεύτερου 24.000 ευρώ, να βρείτε το κέρδος του πρώτου και το κεφάλαιο του δεύτερου.

100. Τρεις έμποροι άρχισαν επιχείρηση με 450.000 ευρώ. Ο Α κατέθεσε 120.000 ευρώ. Μετά τη λήξη της επιχείρησης πήραν για κεφάλαιο και κέρδος μαζί, ο Β 180.000 ευρώ κι ο Γ 216.000 ευρώ. Ποιο ήταν το κεφάλαιο των Β και Γ και ποιο το κέρδος του Α;

101. Μια φωτογραφία δείχνει ένα δέντρο σε σμίκρυνση 1:240 . Αν το ύψος του δέντρου στη φωτογραφία είναι 6 cm, να υπολογίσετε το πραγματικό του ύψος.

102. Σε χάρτη με κλίμακα 1 : 800.000 ένας δρόμος έχει μήκος 32 cm. Να βρείτε το πραγματικό του μήκος.

103. Η κλίμακα ενός χάρτη είναι 1 : 1.500.000 . Να βρείτε την απόσταση δύο πόλεων στο χάρτη, αν η πραγματική τους απόσταση είναι 169 km.

104. Ένα λουλούδι έχει διάμετρο 47 mm. Αν το ζωγραφίσουμε σε μεγέθυνση 3 : 1 να βρείτε τη διάμετρο που θα έχει η ζωγραφιά.

105. Σε μια αεροφωτογραφία τα 20 m απεικονίζονται ως 1 cm. Αν μια κυκλική πλατεία έχει ακτίνα 72 m, να υπολογίσετε τη διάμετρο της πλατείας στην αεροφωτογραφία.

106. Οι διαστάσεις ενός οικοπέδου, σχήματος ορθογωνίου, είναι 57 και 24 μέτρα, το μήκος και το πλάτος αντίστοιχα. Να βρείτε τις διαστάσεις, με τις οποίες πρέπει να σχεδιαστεί, αν στο σχέδιο το πλάτος είναι 8 εκατοστά.

107. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλίμακα	Μήκος σχεδίου	Πραγματικό μήκος
1 : 4	6 cm	
5 : 3		6 cm
7 : 200		40 cm
	8 cm	40 km
	3 dm	9 km

- 108.** Από ένα λιμάνι A αναχωρούν, την ίδια στιγμή, δυο πλοία με κατεύθυνση το λιμάνι B. Το ένα έχει ταχύτητα 18 μίλια την ώρα και το άλλο 15 μίλια την ώρα. Αν το ταχύτερο έφτασε στο τέρμα 24 λεπτά νωρίτερα από το άλλο, να βρεθεί η απόσταση των λιμανιών AB.
-
- 109.** Αν ο Γιώργος ξοδεύει 72 ευρώ την ημέρα, τότε θα μπορέσει να κάνει καλοκαιρινές διακοπές για 20 μέρες. Να υπολογίσετε πόσες ημέρες διακοπών μπορεί να κάνει με τα ίδια χρήματα, αν ξοδεύει 80 ευρώ την ημέρα.
-
- 110.** Ένας επιπλοποιός που εργάζεται 8 ώρες καθημερινά, καταφέρνει να τελειώσει ένα έπιπλο σε 5 μέρες. Σε πόσες μέρες θα το τελειώσει, αν εργάζεται 10 ώρες ημερησίως;
-
- 111.** Ένα έργο ολοκληρώνεται σε 25 ημέρες, αν εργάζονται σε αυτό 24 εργάτες. Αν θέλουμε το έργο να τελειώσει 5 μέρες νωρίτερα, πόσους εργάτες χρειάζεται να προσλάβουμε ή να απαλλάξουμε; Υποθέτουμε ότι όλοι οι εργάτες με την ίδια απόδοση και δεν υπάρχουν σούπερμαν ή κοπρίτες.
-
- 112.** Μια οικογένεια καταναλώνει 200 γραμμάρια λάδι την ημέρα κι έτσι ένα δοχείο της φτάνει για 84 μέρες. Αν κατανάλωνε 300 γραμμάρια τη μέρα, τότε για πόσο διάστημα θ' αρκούσε το ίδιο δοχείο;
-
- 113.** Ένα αυτοκίνητο κινείται σε μια διαδρομή με 95 km/h και φτάνει στον προορισμό του σε 4 ώρες. Στο γυρισμό κάνει την ίδια διαδρομή σε 5 ώρες. Ποια ήταν η ταχύτητά του, κατά την επιστροφή;
-
- 114.** Ένας μηχανικός υπολόγισε ότι 12 εργάτες, που εργάζονται 20 μέρες, εκτελούν τα 200 μέτρα ενός έργου. Ύστερα από 5 ημέρες, απ' την αρχή του έργου, αποχωρούν 2 εργάτες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν οι υπόλοιποι το έργο, που έχει απομείνει;
-

115. Σ' ένα φρούριο βρίσκονται οχυρωμένοι 1000 άντρες, με τροφή για 54 ημέρες. Μετά από 18 μέρες η φρουρά αυξήθηκε κατά 500 άντρες. Πόσες μέρες, συνολικά, διάρκεσε η τροφή;

116. Έχουμε 24 εργάτες με 3 εκσκαφείς (μπουλντόζες), οι οποίοι τελειώνουν ένα έργο σε 14 ημέρες. Σε πόσες μέρες θα τελείωναν το ίδιο έργο 26 εργάτες με 2 εκσκαφείς;

