

ΑΛΓΕΒΡΑ

Εξισώσεις

& λίγες
ανισώσεις

Εξισώσεις 1^{ου} Βαθμού με έναν Άγνωστο



1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α. $2x = 4$

β. $6x = 0$

γ. $3x = 2x$

δ. $5x = -25$

ε. $-8x = 2$

στ. $-x = 9$

ζ. $-x = -9$

η. $4x + 3 = 8$

θ. $4x - 7 = -2$

ι. $-2x + 3 = 3$

2. Μερικές ακόμα , για τις οποίες να κάνετε και επαλήθευση :

α. $-2x - 5 = -9$

β. $-7x + 2 = 3x + 22$

γ. $\omega - 4 = -3\omega + 4$

δ. $7x - 15 = 3x + 9$

ε. $3y - 4 = 5y + 2$

στ. $9\omega + 3 = 2\omega + 10$

ζ. $-3x + 15 = -4x - 3$

η. $x + 3 = x + 3$

θ. $1,5\varphi - 2,3 = -2,3 + 4\varphi$

ι. $0,8x + 3,7 = 5,2x + 3,7$

ια. $6x - 5 + 3x = -6 - 2x + 3x - 1$

3. Να λύσετε κι αυτές τις εξισώσεις με τις παρενθέσεις, κάνοντας καμιά επαλήθευση αραιά και πού :

α. $2 \cdot (3x + 3) = 4 - x$

β. $-5 \cdot (-2x + 1) = 45$

γ. $\cdot(3x - 1) = 3x - 2$

δ. $4x - 1 = 2 \cdot (2x + 4) + 3$

ε. $3 \cdot (x - 2) = 4x + 3 \cdot (4 - x)$

στ. $4 \cdot (x + 1) = 5 - (-2x + 7)$

ζ. $2(x + 4) - (12 - x) = x + 6$

η. $4(x + 1) - (x + 2) = x - 6$

θ. $x + 3 + 3(x + 2) = 9 - 2x$

ι. $8(x + 2) - 5 = 2(x + 3)$

ια. $0,35 \cdot (x - 2) + 4x = 2,7x - 11,25$

4. Σαν τις προηγούμενες, μα λίγο πιο μεγάλες :

α. $-2 \cdot (2x - 1) + 5 = 11 - 4 \cdot (x + 1)$

β. $-2 \cdot (-3x + 3) = 6 \cdot (4x - 9) - 7x$

γ. $2(3\omega + 4) + 5(3\omega - 5) = 3(\omega - 7) + 8$

δ. $5(x - 2) + 4x + 9 = 1 - 3(2x - 4)$

ε. $-9(x + 1) = 2x - 10(x + 2) + 11$

στ. $8 - 3(4x - 2) + x = -10 - 4x + 45$

ζ. $9 - 7(2x - 3) + 4x = 70 - 2x - 8$

η. $3x + 4(x - 2) = x - 5 + 3(2x - 1)$

θ. $8 - 3x + 4(2x - 1) - 5(4 - 4x) = 1$

ι. $0,45 - 4 \cdot (0,2x + 7) = 1,5x - (2x + 3,2) \cdot 1,4$

5. Τώρα, με τρεις παρενθέσεις, κατάλληλες για τιμωρία :

α. $4(3 - x) - 2(3x - 4) + 9x = -8x - 3(1 - x) + 23$

$$\beta. 4(x - 1) - 10(x - 9) = 8x - 1 - 9(x - 8)$$

$$\gamma. -10 + 24(y + 2) + 2(5y + 9) - y = -8(y + 2) + 3$$

6. Να λυθούν κι ετούτες με τα κλάσματα :

$$\alpha. \frac{4x}{3} = 2(1 - x)$$

$$\beta. \frac{2}{5 - x} = \frac{3}{4}$$

$$\gamma. \frac{x + 2}{3} = \frac{2x + 7}{4}$$

$$\delta. \frac{3 - x}{2} = \frac{-6 - 5x}{7}$$

$$\epsilon. \frac{11}{5} = \frac{2 - x}{-x + 7}$$

$$\sigma\tau. \frac{x + 4}{5} = \frac{2 + x}{3}$$

$$\zeta. \frac{3}{5} = \frac{x + 4}{x + 6}$$

$$\eta. \frac{3 - x}{2} = \frac{6 - 2x}{4}$$

$$\theta. -\frac{x}{2} = 3(2 - 3x)$$

$$\iota. \frac{3x}{2} = -\frac{1 - x}{3}$$

$$\kappa\alpha. 2x + \frac{1 - x}{3} = 0$$

$$\kappa\beta. \frac{5x}{5} - \frac{x}{2} = 0$$

$$\kappa\gamma. -\frac{7x - 3}{3} + \frac{2x}{8} = 0$$

7. Αυτές; Να μην τις λύσουμε κι αυτές;

$$\alpha. \frac{3y + 5}{2} - \frac{3y + 1}{4} = 3$$

$$\beta. \frac{y + 1}{3} - \frac{y + 1}{3} = 7$$

$$\gamma. \frac{2x}{5} - \frac{y + 1}{3} = \frac{5 - y}{10}$$

$$\delta. \frac{y + 1}{3} + \frac{y + 1}{3} = y + 5$$

$$\epsilon. \frac{t - 2}{3} = -\frac{11}{2} - \frac{2t - 1}{4}$$

$$\sigma\tau. \frac{2x - 3}{3} - x = \frac{x + 1}{6} - \frac{1}{4}$$

$$\zeta. \quad -x - \frac{2x-3}{3} = \frac{5}{12} - \frac{1+x}{6}$$

$$\eta. \quad \frac{9x-2}{4} - \frac{x}{3} = 5 - \frac{1-x}{6}$$

$$\theta. \quad 7 - \frac{x+2}{2} = \frac{x+5}{3} - \frac{x+6}{4}$$

8. Εξισώσεις κι άλλες εξισώσεις :

$$\alpha. \quad \frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{6} = 3x + \frac{1}{3}$$

$$\beta. \quad \frac{3(1-x)}{4} - \frac{x}{2} = 3(x-1) - \frac{1-x}{4}$$

$$\gamma. \quad \frac{3x-1}{4} - \frac{2x-5}{6} = \frac{5x+1}{12}$$

$$\delta. \quad \frac{x+3}{3} - \frac{5x}{6} = 1 - \frac{x}{2}$$

$$\epsilon. \quad \frac{x+1}{4} - \frac{2x-1}{3} = -\frac{5x+2}{12}$$

$$\sigma\tau. \quad \frac{x+10}{5} - \frac{3(x+1)}{10} = 1 - \frac{x-3}{5}$$

$$\zeta. \quad \frac{7x+16}{20} + \frac{2x-4}{5} = \frac{3x}{4}$$

$$\eta. \quad \frac{2+2x}{10} - \frac{1-3x}{5} = \frac{x}{5} - \frac{7}{2}$$

$$\theta. \quad \frac{3x-4}{3} - \frac{4x-6}{2} + \frac{x+7}{6} = 0$$

9. Και μερικές ακόμη, με κλάσματα :

$$\alpha. \quad \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{4} - \frac{x}{5} - \frac{x}{50}$$

$$\beta. \quad \frac{3y-2}{9} + 1 = 2 - \frac{y-1}{6}$$

$$\gamma. \quad \frac{x+3}{9} - \frac{x}{6} = \frac{1}{3} - \frac{x}{18}$$

$$\delta. \quad \frac{x-7}{2} - \frac{1}{3} = 1 + \frac{x+9}{9}$$

$$\epsilon. \quad 6 - \frac{2x}{5} = \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4}$$

$$\sigma\tau. \quad t - \frac{3 \cdot (t+1)}{4} = \frac{2t-1}{3}$$

$$\zeta. \quad x-14 - \frac{3(x-2)}{10} = \frac{2(2x-1)}{5}$$

$$\eta. \quad \frac{5(x+3)}{7} - (3x+2) = \frac{2-x}{7} - 20$$

$$\theta. \quad \frac{-x+2}{3} - \frac{2(x+1)}{6} = -\frac{5x}{2} + 4$$

$$\iota. \quad 3x - \frac{x-1}{2} = 3(x-2) - 2 + \frac{3-2(x-2)}{4}$$

$$\alpha. \quad x + \frac{5}{6} - \frac{2(x+1)}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x}{3}$$

$$\iota\beta. \quad \frac{5}{8}(x-24) - \frac{6}{4}(4-2x) = -36$$

10. Κι άλλες με κλάσματα, για χόρταση :

$$\alpha. \quad \frac{2 \cdot (\omega-3)}{5} - \frac{3 \cdot (\omega-2)}{4} = 1$$

$$\beta. \quad 7 - \frac{x-8}{2} = \frac{x-5}{3} - \frac{x-4}{4}$$

$$\gamma. \quad 3 \cdot (2+x) - \frac{x+1}{2} = 3x - 2 + \frac{3-2x}{4}$$

$$\delta. \quad \frac{5x}{3} - \frac{3(2x+1)}{5} = 1 - \frac{x-2}{3}$$

$$\epsilon. \quad \frac{1}{2}(x-3) + x - \frac{7}{3} = \frac{1}{3}(x+6) - \frac{x}{2}$$

$$\sigma\tau. \frac{8-x}{6} + \frac{2(x-1)}{2} = \frac{x+6}{2} - \frac{x}{3}$$

$$\zeta. \frac{2(2x-1)}{3} + \frac{3(x-1)}{2} + \frac{4(2x-3)}{5} = \frac{9(x-4)}{5}$$

$$\eta. \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+2}{12} = \frac{x-3}{4} + 1$$

$$\theta. \frac{x+1}{4} - \frac{2x-1}{5} + \frac{3x+1}{2} = \frac{27x+19}{20}$$

$$\iota. \frac{2x-1}{3} - \frac{7x+6}{12} = \frac{3x-2}{4} + \frac{5x-4}{6}$$

$$\iota\alpha. 5(2x-3) - \frac{2(x+4)}{5} = -\frac{3(4-2x)}{2} + \frac{2x}{3}$$

$$\iota\beta. 9 - \frac{x-3}{6} - \frac{3(x-3)}{3} + 4 = -\frac{x+5}{8}$$

11. Και μερικές για απαιτητικούς λύτες :

$$\alpha. \frac{x-1}{4} - \frac{1}{8} \left(\frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{5} \right) = \frac{x-9}{2} - \frac{7}{8}$$

$$\beta. \frac{7(x-3)}{4} - x - \frac{5(x-1)}{6} = \frac{3(2-x)}{5} - 2$$

$$\gamma. 4 - \left(\frac{2x+1}{3} - \frac{x-5}{4} \right) = \frac{x}{3} - \frac{1}{4} \left(2 - \frac{3x-1}{3} \right)$$

$$\delta. \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} x - 1 \right) - 1 \right] - 1 = x + \frac{13}{27}$$

$$\epsilon. 2x - \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \left(\frac{x}{2} - 2 + \frac{1-5x}{5} \right)$$

$$\sigma\tau. \quad \frac{x-2}{3} - \frac{5}{9} \left(\frac{7x-10}{2} \right) = 13(5-x) - \frac{1}{4}$$

12. Να λυθούν κι αυτές οι περιέργες :

$$\alpha. \quad (x-1) \cdot (x-2) = 0$$

$$\beta. \quad (2x+1) \cdot (3x-2) = 0$$

13. Μερικές ακόμα όλων των ειδών, λίγο ανακατεμένες :

$$\alpha. \quad \frac{x+1}{3} = \frac{2x-9}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\beta. \quad \frac{x-6}{2} - \frac{4}{3} = \frac{x+1}{9} + 1$$

$$\gamma. \quad \frac{3x-8}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7x+3}{10} - \frac{x}{2}$$

$$\delta. \quad \frac{\alpha+3}{2} - \frac{2 \cdot (\alpha+1)}{3} = \alpha - 5$$

$$\epsilon. \quad \frac{4\alpha}{5} - 3 = \frac{7 \cdot (\alpha-3)}{10} + \frac{2}{5}$$

$$\sigma\tau. \quad \frac{x-2}{2} + \frac{x-2}{4} + \frac{x-2}{7}$$

$$\zeta. \quad \frac{2x-3}{2} - \frac{-3x-1}{4} = \frac{3-x}{4} - 1$$

$$\eta. \quad x + \frac{5}{6} - \frac{2 \cdot (x+1)}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x}{3}$$

$$\theta. \quad \frac{2 \cdot (x+1)}{3} - \frac{x}{2} = \frac{x+2 \cdot (x+2)}{6} - \frac{x}{3}$$

$$\iota. \quad \frac{x+5}{2} + 2 = \frac{2 \cdot (x+7) + 1}{10} - 9$$

$$\iota\alpha. \quad \frac{1}{2}(x-2) - (-x-3) = \frac{1}{3}(x-2x) + (-x+2)$$

$$\iota\beta. \quad 3 \cdot [2 \cdot (x+5) - 1] - x + 2 \cdot (x+6) = 20x$$

$$\iota\gamma. \quad 2 \cdot [x + 3 \cdot [-(x+1) + 2]] = 5 \cdot (x+1)$$

14. Μεγάλες ναι, άλυτες όμως όχι :

$$\alpha. \quad 3 \cdot x - \frac{x-1}{2} = 3 \cdot (x-2) - 2 + \frac{3-2(x-2)}{4}$$

$$\beta. \quad 3 \cdot \left(1 + \frac{2x}{3}\right) - 6 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right) = 9 \cdot \left(\frac{-(-4x+3)}{6} - \frac{3}{2}\right) + 8$$

15. Να λυθεί η παρακάτω τρομαχτική εξίσωση :

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^{-2} - (-2)^{-1} \cdot (x-1) = \left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot x - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 2^{-3}$$

16. Δίνεται η παρακάτω εξίσωση όπου x ο άγνωστος και a κάποιος ρητός αριθμός. Ποια πρέπει να είναι η τιμή του a , αν η εξίσωση έχει λύση τον αριθμό 3 ;

$$(2a+1) \cdot x + \frac{a}{3} \cdot x = -2(a+x) - (a+1)$$

17. Αν λ είναι η τιμή της παράστασης : $(-1)^{100} + (-1)^{101} + (-1)^{102}$ να λύσετε τις εξισώσεις :

α. $\lambda x = 1$

β. $(\lambda + 1)x = 0$

γ. $(\lambda + 1)x = \lambda$

18. Δίνεται η εξίσωση :

$$(3\lambda + 1) \cdot x - \lambda \cdot x + 5 = 5\lambda \cdot x - 12$$

όπου λ είναι γνωστός ρητός αριθμός και x ο άγνωστος. Ποια πρέπει να είναι η τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να επαληθεύεται από τη μονάδα;

19. Να βρείτε τον ρητό a ώστε η εξίσωση : $(a - 3) \cdot x = 6$ να είναι αδύνατη.

20. Να βρείτε τον αριθμό λ ώστε η εξίσωση : $\frac{\lambda - 1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} = \frac{x + 1}{3}$ να είναι αόριστη.

Επίλυση Τύπων



21. Να λύσετε το δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα : $F = m \cdot a$, ως προς την επιτάχυνση a .

22. Να λύσετε το Νόμο των Ιδανικών Αερίων : $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

α. ως προς τον όγκο V **β.** ως προς την απόλυτη θερμοκρασία T

23. Να λύσετε το Νόμο των Charles και Gay-Lussac : $V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$

α. ως προς τον όγκο V_0 **β.** ως προς τη θερμοκρασία θ

24. Να λύσετε τον τύπο του Εμβαδού Τραπεζίου : $E = \frac{(B + \beta) \cdot v}{2}$

α. ως προς v **β.** ως προς β

25. Να λύσετε τον τύπο μετατροπής των βαθμών Fahrenheit, σε βαθμούς Celsius : $F^\circ = \frac{9}{5}C^\circ + 32$, ως προς C° .

26. Να λύσετε τον Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης : $F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$ ως προς :

α. τη μάζα m **β.** τη Σταθερά Παγκόσμιας Έλξης G

27. Να λύσετε το Νόμο του Coulomb : $F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$ ως προς :

α. το φορτίο Q_1 **β.** την απόσταση d^2

28. Να λύσετε την εξίσωση του ηλεκτρισμού : $\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, ως προς την αντίσταση R_2 .

29. Να λύσετε την εξίσωση της Έλλειψης : $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$

α. ως προς x^2

β. ως προς β^2

Προβλήματα Εξισώσεων



Εύρεση αριθμών

30. Αν στο διπλάσιο ενός αριθμού προσθέσουμε το $\frac{1}{3}$ του αριθμού αυτού βρίσκουμε 35. Ποιος είναι ο αριθμός;

31. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς, ώστε:

α. Το άθροισμά τους να είναι 15.

β. Το πενταπλάσιο του μεσαίου να είναι ίσο με το άθροισμα των δύο άλλων.

γ. Το διπλάσιο του μεσαίου να είναι ίσο με το άθροισμα των δύο άλλων.

32. Είναι $2 \cdot 2 = 2 + 2$. Μπορείτε να βρείτε ζευγάρια διαφορετικών ρητών α, β , ώστε να είναι: $\alpha \cdot \beta = \alpha + \beta$;

33. Να βρεθεί αριθμός που το διπλάσιό του αυξημένο κατά 5 ισούται με το τριπλάσιό του ελαττωμένο κατά 19.

34. Να βρεθούν δύο αριθμοί, αν γνωρίζουμε ότι έχουν άθροισμα 50 και ο ένας είναι επταπλάσιος του άλλου.

35. Δυο αριθμοί διαφέρουν κατά 35 και ο λόγος τους είναι $\frac{2}{7}$. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

36. Το άθροισμα δύο αριθμών είναι 177. Αν διαιρέσουμε το μεγαλύτερο με το μικρότερο, παίρνουμε πηλίκο 3 και υπόλοιπο 9. Να βρείτε τους δύο αριθμούς.

37. Σε ένα διψήφιο αριθμό το ψηφίο των μονάδων είναι διπλάσιο του ψηφίου των δεκάδων. Αν εναλλάξουμε τη θέση των ψηφίων προκύπτει αριθμός μεγαλύτερος του πρώτου κατά 27. Ποιος είναι ο αριθμός;

38. Ποιος αριθμός πρέπει να αφαιρεθεί από τους αριθμητές των κλασμάτων $\frac{13}{2}$ και $\frac{17}{3}$, ώστε να γίνουν ίσα;

39. Ποιος αριθμός πρέπει να προστεθεί στους αριθμητές των κλασμάτων $\frac{3}{2}$ και $\frac{7}{3}$, ώστε να γίνουν ίσα;

40. Αν από το πενταπλάσιο ενός αριθμού αφαιρέσουμε τον αριθμό 145, βρίσκουμε τα $\frac{2}{3}$ του αριθμού αυξημένα κατά 14. Ποιος είναι ο αριθμός;

Εύρεση ηλικιών

41. Σε ένα παιχνίδι η Ελένη ρωτήθηκε πόσων χρονών είναι και απάντησε ως εξής :

- Αν στην ηλικία μου προσθέσεις 3
- διαιρέσεις το άθροισμα με 2
- προσθέσεις στο ηλικίο την ηλικία μου
- διαιρέσεις το νέο άθροισμα με 2

θα βρεις αποτέλεσμα 15. Πόσων χρονών είναι η Ελένη;

42. Το άθροισμα των ηλικιών τριών ατόμων είναι 100. Ο μεγαλύτερος έχει ηλικία ίση με το άθροισμα των ηλικιών των άλλων δύο και ο μικρότερος είναι 10 χρόνια μικρότερος απ' τον μεσαίο. Να βρείτε τις ηλικίες και των τριών ατόμων.

43. Ένας πατέρας είναι 58 χρονών και ο γιος του 27. Μετά από πόσα χρόνια ο πατέρας θα έχει διπλάσια ηλικία από τον γιο του;

44. Ο πατέρας της Αλέκας έχει τετραπλάσια ηλικία από αυτή. Αν μετά από 5 χρόνια θα έχει τριπλάσια ηλικία από την κόρη του να βρείτε τη σημερινή ηλικία της Αλέκας.

Γεωμετρικά προβλήματα

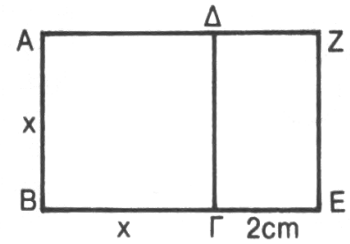
45. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο με περίμετρο 9 cm, ώστε η μία διάστασή του να είναι διπλάσια από την άλλη.

46. Ποιες είναι οι διαστάσεις ορθογωνίου, αν αυτό έχει περίμετρο 35 m και οι διαστάσεις του διαφέρουν κατά 2,5 m;

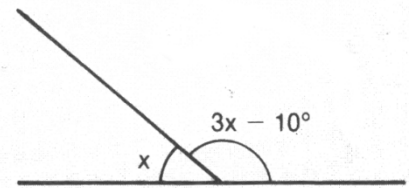
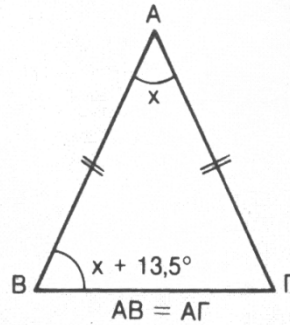
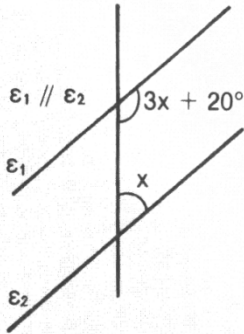
47. Η διαφορά των διαστάσεων ενός ορθογωνίου είναι 30 cm και η περιμέτρος του είναι 4 m. Να βρεθούν οι διαστάσεις του ορθογωνίου.

48. Οι βάσεις ενός τραπεζίου διαφέρουν κατά 3 cm, το ύψος του είναι 17 cm και το εμβαδόν του 119 cm². Να βρείτε τις βάσεις του τραπεζίου αυτού.

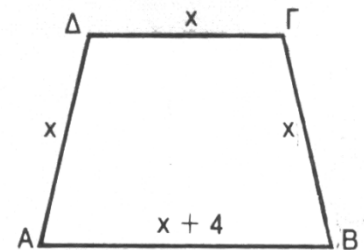
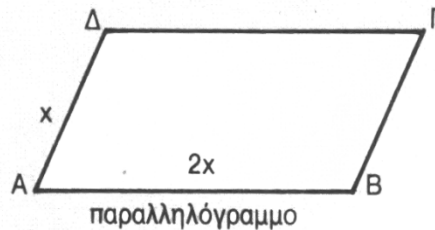
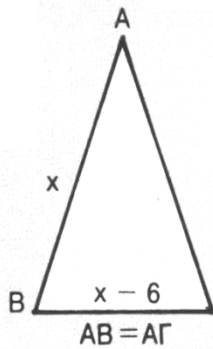
49. Να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$, αν τον εμβαδόν του είναι κατά 35 cm^2 μικρότερο, από το εμβαδόν του ορθογωνίου $ABEZ$.



50. Να υπολογίσετε σε κάθε περίπτωση το x :



51. Να υπολογίσετε τις πλευρές των παρακάτω σχημάτων, αν το καθένα έχει περίμετρο 60 cm .



52. Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι 154 cm^2 και το ύψος του είναι 11 cm . Να βρείτε τις βάσεις του, αν ξέρουμε ότι διαφέρουν κατά 4 cm .

53. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία A είναι τριπλάσια της Γ και η γωνία B είναι διπλάσια της Γ . Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

54. Η γωνία B ενός τριγώνου ABΓ είναι τα $\frac{3}{5}$ της γωνίας A και η γωνία γ είναι το $\frac{1}{3}$ της γωνίας B. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.
-

Προβλήματα χρόνου

55. Η απόσταση Αθήνα - Κόρινθος είναι 80 km. Δυο αυτοκίνητα ξεκίνησαν στις 7 π.μ. , το ένα από Αθήνα για Κόρινθο με μέση ταχύτητα 70 km/h και το άλλο από Κόρινθο για Αθήνα με μέση ταχύτητα 90 km/h. Ποια ώρα θα συναντηθούν και σε ποια απόσταση από την Αθήνα;
-
56. Ένα αυτοκίνητο διάνυσε με σταθερή ταχύτητα μια απόσταση σε 5 h, ενώ ένα δεύτερο αυτοκίνητο που έτρεχε 20 km την ώρα λιγότερο, χρειάστηκε για την ίδια απόσταση 7 h. Να βρείτε την απόσταση αυτή.
-
57. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από Αθήνα για Θεσσαλονίκη στις 6 π.μ. με μέση ταχύτητα 70 km/h. Ύστερα από 1 ώρα ξεκινάει ένα δεύτερο αυτοκίνητο από Αθήνα για Θεσσαλονίκη με μέση ταχύτητα 90 km/h. Ποια ώρα θα συναντηθούν και σε πόση απόσταση από την Αθήνα;
-
58. Ένα μηχάνημα για να τελειώσει ένα έργο χρειάζεται 32 h, ενώ ένα δεύτερο μηχάνημα χρειάζεται για το ίδιο έργο 28 h. Αν χρησιμοποιηθούν και τα δύο μηχανήματα συγχρόνως σε πόσες ώρες θα τελειώσει το έργο;
-
59. Ένας εργάτης εκτελεί ένα έργο σε 8 ώρες και ένα άλλος εκτελεί το ίδιο έργο σε 12 ώρες. Σε πόσες ώρες θα εκτελέσουν το έργο και οι δύο εργάτες, αν εργαστούν μαζί;
-

60. Μια βρύση μπορεί να αδειάσει μια γεμάτη δεξαμενή σε 8 ώρες, ενώ μια άλλη να γεμίσει την άδεια δεξαμενή σε 6 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή, αν είναι άδεια και ανοίξουμε συγχρόνως τις δύο βρύσες;
-
61. Μια βρύση γεμίζει άδεια δεξαμενή σε 12 ώρες και μια δεύτερη βρύση την γεμίζει σε 2 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή αν ανοίξουμε την πρώτη βρύση και μετά από $1\frac{1}{2}$ ώρες ανοίξουμε και τη δεύτερη;
-
62. Σε μια κυλιόμενη σκάλα πολυκαταστήματος, για να ανέβει κανείς από έναν όροφο στον επόμενο, χρειάζεται 30 s. Αν ο Νίκος ανεβαίνει συγχρόνως τα σκαλοπάτια της κυλιόμενης σκάλας, τότε φθάνει στον επόμενο όροφο σε 5 s. Αν η σκάλα ήταν ακίνητη, πόσο χρόνο θα χρειαζόταν ο Νίκος να φθάσει στον επόμενο όροφο;
-
63. Ο Πέτρος παίζει σε μια κυλιόμενη σκάλα. Με το χρονόμετρο του ρολογιού του παρατήρησε ότι, αν μείνει ακίνητος, χρειάζεται 63s για να ανέβει. Αν ανέβει και ο ίδιος 16 σκαλοπάτια, καθώς η σκάλα κυλάει, τότε χρειάζεται 45s. Πόσα σκαλοπάτια έχει η σκάλα;
-
64. Ο Χάρης μπορεί να χτίσει ένα μικρό τοίχο μόνος του, αν δουλέψει 9 h . Ο Βαγγέλης, για τον ίδιο τοίχο, χρειάζεται 10 h. Αν δουλέψουν μαζί, τότε η εργασία τους μειώνεται σε απόδοση κατά 10 τούβλα την ώρα, τελειώνουν όμως τον τοίχο σε 5 ώρες. Να βρείτε πόσα τούβλα είχε ο τοίχος.
-
65. Σε μια σιδηροδρομική γραμμή κινούνται 2 τρένα Α και Β, με ταχύτητες 5 και 10 km/h, αντίστοιχα, πλησιάζοντας το ένα προς το άλλο. Όταν η απόστασή τους είναι 10 km, μια μύγα που κινείται με ταχύτητα 50 km/h ξεκινά από το Α και κατευθύνεται προς το Β. Μόλις φτάνει στο Β επιστρέφει στο Α και συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο, ως τη στιγμή που θα συναντηθούν τα τρένα. Να βρείτε πόσα km θα έχει διανύσει η μύγα, ώσπου να συνθλιβεί.

66. Ένα τρένο, μετά από ταξίδι $1\frac{1}{2}$ h με σταθερή ταχύτητα, παθαίνει βλάβη. Η επισκευή διαρκεί $\frac{1}{2}$ h. Κατόπιν, το τρένο συνεχίζει το ταξίδι του με ταχύτητα ίση προς τα $\frac{4}{5}$ της αρχικής. Έτσι, φτάνει στον προορισμό του με καθυστέρηση 3 h. Να βρείτε πόσο χρόνο θα διαρκούσε το ταξίδι, αν δεν πάθαινε βλάβη και ταξίδευε με την αρχική του ταχύτητα.
-

Προβλήματα ποσοστών

67. Ο Θεόφιλος πλήρωσε 5 € για ένα εισιτήριο, με έκπτωση 60%. Πόσο κοστίζει το εισιτήριο;
-
68. Η τιμή ενός ανταλλακτικού αυτοκινήτου μειώθηκε κατά 22% και έτσι πουλιέται 400 €. Να βρείτε πόσο στοιχίζει αρχικά το ανταλλακτικό αυτό.
-
69. Κατάθεσε κάποιος στο Ταμιευτήριο κεφάλαιο 1240 € και σε 1 χρόνο πήρε τόκο και κεφάλαιο 1302 €. Πόσο ήταν το επιτόκιο;
-
70. Για ένα εμπόρευμα με συντελεστή Φ.Π.Α. 18% πληρώσαμε συνολικά 472 €. Ποια είναι η τιμή του εμπορεύματος χωρίς Φ.Π.Α.;
-
71. Ένας λογαριασμός της Δ.Ε.Η. είναι 385 €. Από το ποσό αυτό τα 123 € είναι δημοτικά τέλη και άλλες εισφορές. Αν η κατανάλωση ρεύματος επιβαρύνεται με φόρο 15%, ποια είναι η πραγματική αξία του ρεύματος που καταναλώθηκε;
-
72. Ένας φαρμακοποιός ανάμειξε 3 λίτρα οινόπνευμα περιεκτικότητας 80% σε καθαρό οινόπνευμα και 4,5 λίτρα οινόπνευμα περιεκτικότητας 25% σε καθαρό οινόπνευμα. Να βρείτε την περιεκτικότητα του μείγματος σε καθαρό οινόπνευμα.

73. Μια βιομηχανία αναφυκτικών θέλει να παρασκευάσει πορτοκαλάδα περιεκτικότητας 40% σε καθαρό χυμό πορτοκαλιού. Διαθέτει δύο τύπους πορτοκαλάδας, ο πρώτος έχει περιεκτικότητα 80% σε καθαρό χυμό και ο δεύτερος 20%. Πόσα λίτρα πρέπει να αναμειξεί από το δεύτερο τύπο με 1000 λίτρα από τον πρώτο;

74. Πόσα κιλά ψευδάργυρου πρέπει να συντήξουμε με 140 κιλά χαλκού, ώστε να πάρουμε ένα κράμα που να περιέχει 44% ψευδάργυρο και 56% χαλκό.

Δ ι ά φ ο ρ α

75. Σε μια διαδρομή με λεωφορείο μια μητέρα και το παιδί της πλήρωσαν μαζί 13,50 €. Πόσο κοστίζει το εισιτήριο, αν το παιδί πλήρωσε μισό εισιτήριο;

76. Ένας χωρικός ρωτήθηκε πόσα πρόβατα και πόσες κότες έχει κι εκείνος αποκρίθηκε ως εξής: «Τα ζώα μου, όλα μαζί, έχουν 32 κεφάλια και 82 πόδια». Πόσα πρόβατα και πόσες κότες είχε ο χωρικός;

77. Αγόρασε κάποιος ένα σαλόνι που αποτελείται από 4 πολυθρόνες και έναν καναπέ και πλήρωσε 4800 €. Αν ο καναπές κοστίζει όσο 2 πολυθρόνες να βρείτε την τιμή κάθε πολυθρόνας.

78. Σε ένα τεστ με 10 ερωτήσεις κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες, ενώ για κάθε ερώτηση που δεν απαντιέται ή δίνεται σ' αυτήν λάθος απάντηση, αφαιρούνται 3 μονάδες. Ο Στέλιος πήρε στο τεστ 26 μονάδες. Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά;

79. Από τον πληθυσμό μιας κοινότητας είναι παντρεμένοι τα $\frac{2}{3}$ των αντρών και τα $\frac{3}{5}$ των γυναικών. Να βρείτε τι μέρος των ατόμων της

κοινότητας δεν είναι παντρεμένοι, αν είναι γνωστό ότι και οι 2 σύζυγοι, κάθε ζεύγους, είναι μέλη της κοινότητας.

80. Ένα Γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η Α' τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από τη Β' τάξη και η Γ' τάξη έχει 12 μαθητές λιγότερους από τη Β'. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη του Γυμνασίου;

81. Από τους μαθητές μιας τάξης οι μισοί πηγαίνουν στο σχολείο με τα πόδια, το $\frac{1}{3}$ χρησιμοποιεί ποδήλατο, το $\frac{1}{9}$ πηγαίνει με το λεωφορείο και δύο μαθητές τους πηγαίνουν οι γονείς τους με το αυτοκίνητό τους. Πόσους μαθητές έχει η τάξη αυτή;

82. Ένας καφεπώλης έχει δύο είδη καφέ. Ο πρώτος πουλιέται 8,50 € το κιλό και ο δεύτερος 10 € το κιλό. Θέλει να φτιάξει ένα μείγμα 9 κιλών που να πουλιέται 9,50 € το κιλό. Πόσα κιλά θα αναμείξει από κάθε είδος;

83. Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθησαν συνολικά 100 γονείς και παιδιά. Οι εισπράξεις ήταν 590 €. Αν κάθε παιδί πλήρωσε 5 € και κάθε γονέας 8 €, να βρεθεί πόσοι ήταν οι γονείς και πόσα τα παιδιά.

84. Ο Νίκος διάβασε ένα βιβλίο 250 σελίδων σε 5 μέρες. Κάθε μέρα διάβαζε 10 σελίδες περισσότερες από την προηγούμενη. Πόσες σελίδες διάβασε την πρώτη μέρα;

M i n d T r a p

85. Ο πλασιέ Πέτρος Κωστέας πουλούσε ένα υπερσύγχρονο προστατευτικό κερύ αυτοκινήτου, το οποίο ισχυριζόταν ότι ήταν καλύτερο κι από ατσάλι. Ο Κωστέας πουλούσε το ένα κουτί 55 € και τα δύο 90 €. Έλεγε ότι το κέρδος του ήταν το ίδιο και στις 2 περιπτώσεις και αφού αυτά ήταν τα 2 τελευταία κουτιά, που του είχαν απομείνει, ήθελε να τα πουλήσει στα γρήγορα. Αν δεχτούμε ότι ήταν σωστά αυτά

που είπε ο Κωστέας, για το κέρδος του, πόσο πρέπει να του κόστιζε το κάθε κουτί προστατευτικού υγρού;

86. Ο Κώστας Περιστέρης είχε μια συλλογή από φωτογραφικά άλμπουμ σπάνιων πουλιών, την οποία ήθελε να πουλήσει. Πούλησε τα μισά άλμπουμ και ένα μισό άλμπουμ στον καθηγητή Πετράκη. Μετά πούλησε τα μισά, από όσα είχαν απομείνει και ένα μισό άλμπουμ στον κύριο Γεωργίου. Τώρα ο Περιστέρης έμεινε με 1 άλμπουμ. Πόσα άλμπουμ είχε αρχικά ο Περιστέρης;

87. Στο ζωολογικό κήπο, ένα κλουβί φιλοξενεί παγόνια και αγριόχοιρους. Αν υπάρχουν συνολικά 30 μάτια και 44 πόδια, πόσα παγόνια και πόσοι αγριόχοιροι υπάρχουν μέσα στο κλουβί;

88. Αν το ύψος κάποιου είναι 80 εκ. και το μισό του συνολικού του ύψους, τότε ποιο είναι το ύψος του;

Ανισώσεις 1^{ου} Βαθμού



89. Να λυθούν οι ανισώσεις :

α. $x - 5(x + 2) < 2x - 3(x + 1)$ β. $18 - 3(x - 1) \leq 5(x + 1) - 2$

γ. $5x + 2(x + 3) > 7(x + 3) - 4$ δ. $\frac{1}{3}(3 - 2x) - \frac{1}{10}(3x - 1) < 4$

ε. $6(x - 3) - 2(3x + 7) \geq 4(3 - 6x) - (x - 3)$

90. Να λυθούν κι αυτές οι ανισώσεις :

α. $\frac{2x-1}{3} \leq \frac{1}{2}$ β. $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-3}{3} \leq \frac{x+1}{2} + 3x$

γ. $\frac{x+1}{3} - \frac{2(x-1)}{5} > \frac{x}{3} + \frac{1-x}{15}$ δ. $\frac{3(x-4)}{10} - \frac{5x-1}{20} < \frac{x+5}{6}$

91. Συνέχεια της προηγούμενης :

α. $\frac{x-2}{6} - \frac{1-3x}{2} < \frac{3-2x}{3} - 2$ β. $\frac{x-1}{6} - \frac{3-2x}{8} > 2(x-2)$

γ. $2x - \frac{3x-1}{2} > \frac{1}{3} - \frac{x+1}{6} + 4$ δ. $\frac{x+2}{4} - \frac{2x+3}{2} \leq \frac{1}{8} - \frac{x-1}{2}$

ε. $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} \leq x - 2 + \frac{3 \cdot (x-2) + 1}{6}$

στ. $\frac{x+1}{5} + \frac{x}{2} \leq x + 3 - \frac{3(x+1) - 11}{10}$

92. Να σχεδιάσετε και να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$\begin{array}{llll} \alpha. \begin{cases} x \leq 4 \\ x \leq -3 \end{cases} & \beta. \begin{cases} x > -6 \\ x \leq 7 \end{cases} & \gamma. \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 2 \end{cases} & \delta. \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \\ \epsilon. \begin{cases} x < -\frac{1}{3} \\ x < \frac{5}{2} \end{cases} & \sigma\tau. \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases} & \zeta. \begin{cases} x < \frac{13}{5} \\ x \geq \frac{3}{4} \end{cases} & \eta. \begin{cases} x > \frac{7}{3} \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases} \end{array}$$

93. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων, σε κάθε περίπτωση :

α. $2(x - 1) > 3(x - 3)$ και $5x - 2 > 2(x + 5)$

β. $-2(x - 19) > 7x + 2$ και $13 - 5x \leq 7(x - 1) - 4$

γ. $2(2x - 3) \geq 4x + 8$ και $\frac{x}{3} - \frac{3x}{5} < 1$

δ. $3(2x - 4) < -2(2 - 3x)$ και $\frac{x}{3} - 2 < \frac{3x}{4}$

ε. $2(x + 4) - (x + 6) \leq 12 - x$ και $2x + \frac{x}{6} + \frac{5}{3} \geq 2(1 + x)$

94. Ομοίως :

$$\alpha. \begin{cases} 3x - 4 < 2(3 - x) \\ 2x - 3(x + 1) > x - 5(x + 1) \end{cases} \quad \beta. \begin{cases} 6(x + 1) > 4(x - 2) - 3(x - 3) \\ 7 - 6x < 2(5x - 2) - 3(1 - 4x) \end{cases}$$

95. Σε κάθε περίπτωση, να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

α. $x - \frac{1}{2} > \frac{x}{2} + 1$ και $x - \frac{1}{3} \leq \frac{x}{3} - 1$

$$\beta. \quad \frac{x-1}{3} - \frac{x-2}{2} < \frac{x}{6} \quad \text{και} \quad x - \frac{x-1}{2} < \frac{x-2}{3}$$

$$\gamma. \quad \frac{1-x}{2} + \frac{2-x}{3} > \frac{1-x}{4} \quad \text{και} \quad \frac{2(x+1)}{3} < \frac{3(x-1)}{4}$$

$$\delta. \quad \frac{x+2}{5} - \frac{x+1}{10} \leq -\frac{x-2}{5} - \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{6} \geq -\frac{x-3}{2} + \frac{5}{3}$$

$$\epsilon. \quad \frac{2(x-1)}{5} - \frac{5x+6}{2} \geq -\frac{x+4}{10} \quad \text{και} \quad \frac{3x-2}{2} \leq \frac{1+5x}{3} + 5$$

$$\sigma\tau. \quad \frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{3} < \frac{7x-3}{6} \quad \text{και} \quad \frac{x-3}{2} - \frac{3(x+1)}{4} > \frac{5}{2} - \frac{x+10}{2}$$

$$\zeta. \quad \frac{x-1}{2} + \frac{2x+3}{4} < \frac{x}{6} \quad \text{και} \quad \frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x$$

$$\eta. \quad \frac{x-2}{2} + \frac{1-2x}{5} < \frac{x}{10} - \frac{2}{5} \quad \text{και} \quad \frac{1-4x}{5} - \frac{x+1}{4} = \frac{x-4}{20} + \frac{5}{4}$$

96. Ομοίως :

$$\alpha. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{3x+1}{8} < \frac{1}{2} - \frac{x-4}{6} \\ \frac{3x+1}{3} < \frac{3x-1}{2} - \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

$$\beta. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x-3}{2} + \frac{1}{8} \leq \frac{5x}{4} \\ \frac{x-1}{6} - \frac{3-2x}{3} < \frac{x-1}{2} \end{array} \right.$$

$$\gamma. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{3} + \frac{1}{4} \leq \frac{x}{2} \\ \frac{3x+1}{3} > \frac{3x-2}{2} - \frac{x-2}{3} \end{array} \right.$$

$$\delta. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{2} \geq \frac{x}{2} + 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3} < 1 - \frac{x}{3} \end{array} \right.$$

97. Ομοίως :

$$\alpha. \begin{cases} 21 - (x + 4,5) \cdot 2 > 7 \cdot (x - 1) + 1 \\ \frac{2x}{6} + 6 + \frac{x}{3} \geq \frac{x}{2} + 2 \end{cases} \quad \beta. \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{9x + 3}{9} > x - \frac{1}{3} \\ 5 \cdot \left(x - \frac{4}{5}\right) + 16 < 11 \end{cases}$$

$$\gamma. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x + \frac{1}{2}}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left(x - \frac{3}{5}\right) \geq \frac{15}{30} \\ -x - \frac{1 - \frac{x}{3}}{4} + \frac{1 - \frac{x}{6}}{2} \leq \frac{1 - \frac{x}{4}}{3} - \frac{5}{12} \end{cases}$$

Προβλήματα Ανισώσεων



98. Θέλουμε να κατασκευάσουμε μια πλατεία με εμβαδό, μεταξύ 110 m² και 125 m². Το μήκος της πλατείας είναι 15 m. Μεταξύ ποιων ορίων θα περιέχεται το πλάτος της;

99. Ένας φυσικός αριθμός είναι μεταξύ 59 και 68 και όταν διαιρεθεί με 12 αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.

100. Ένας παραγωγός ροδάκινων υπολογίζει ότι την εποχή της συγκομιδής τους, θα χρειαστεί κάθε εβδομάδα να συσκευάζει 3 με 4 t (= τόνους) ροδάκινα σε τελάρα των 6 και 12 kg. Χρειάζεται 2άσιο αριθμό τελάρων των 6 απ' όσα των 12 kg. Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται ο αριθμός των τελάρων, που πρέπει να προμηθευτεί, έτσι ώστε να μην του λείπουν τελάρα, αλλά και να μη δεσμεύσει χρήματα για τελάρα, που δε θα χρησιμοποιηθούν.

101. Μια τάξη ετοιμάζει μια εκδρομή στο τέλος της σχολικής χρονιάς. Δυο γραφεία ταξιδίων A και B προσφέρουν τις υπηρεσίες τους, νοικιάζοντας εκδρομικά λεωφορεία, όπως φαίνεται παρακάτω:

- Γραφείο A : 200 € και 0,5 € ανά χιλιόμετρο.
- Γραφείο B : 250 € και 0,2 € ανά χιλιόμετρο.

Ποια είναι η πιο συμφέρουσα προσφορά για τα x χιλιόμετρα, που θα διανυθούν;

102. Το πάγιο ποσό στο λογαριασμό κατανάλωσης νερού είναι 2 € , ενώ κάθε κυβικό μέτρο νερού (m^3) κοστίζει 0,3 €. Πόσα κυβικά μέτρα μπορούμε να καταναλώσουμε, ώστε να πληρώσουμε το πολύ 50 € ;

103. Το πλήθος των μαθητών ενός σχολείου, σε μια παρέλαση, είναι μεγαλύτερο από 452 και μικρότερο από 456. Στη δοκιμή, παρατάχτηκαν σε εξάδες και περίσσεψαν 4, οι οποίοι τελικά δεν παρέλασαν. Να βρείς τον αριθμό των μαθητών του σχολείου.

104. Να βρείτε ποιος είναι ο μικρότερος ακέραιος αριθμός που, αν προστεθεί στον αριθμητή του κλάσματος $\frac{-2}{7}$, δίνει έναν αριθμό μεγαλύτερο του -10 .

105. Να βρεις ποιος είναι ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός, που επαληθεύει την ανίσωση:

$$\frac{2(x-1)}{3} - \frac{x-2}{4} < 1$$